

Una aproximación a las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

Un punto de vista psicogenético

Teresa Guadalupe Mateos Ponce

IMCED

Los profesores, sobre todo los de ciencias, no comprenden que los alumnos no comprenden. Se imaginan que la mente sigue los mismos pasos que una lección; que los alumnos pueden hacerse con una cierta 'cultura' si los profesores les imparten la misma clase una y otra vez, o que pueden llegar a entender una demostración si se les repite paso a paso.¹

Al hablar simplemente de este término *matemáticas* estamos pensando en que varias personas que lo escuchan recuerdan los problemas que le generó esta materia; sin embargo, otras personas dicen que fue su favorita en la escuela, lo cual no hizo que escaparan de una mala experiencia en algunos temas; los menos, han tenido un trabajo exitoso además de haber recibido reconocimientos y se desempeñan en campos que tienen que ver con las ciencias exactas. Esto nos hace pensar que la mayoría de las personas tienen dificultades con las matemáticas. Pero, ¿qué es una dificultad?

La dificultad en el aprendizaje se puede abordar desde perspectivas muy diferentes, tales como la médica, la psicológica, la educativa, la administrativa o la socioeconómica, que llevan a contextos diferentes y a análisis también diversos. La perspectiva que tomaremos principalmente es la psicológica educativa o psicopedagógica.

Para empezar, en el ámbito de la educación, una dificultad puede darse en el orden de la enseñanza o del aprendizaje; los primeros, se refieren a las

¹ BACHELARD, 1985.

dificultades que tienen los maestros para impartir la materia y los segundos, se refieren a las dificultades que tienen los alumnos para aprender. En este caso nos enfocaremos a la dificultad de los alumnos para aprender la materia.

El concepto de dificultad ha cambiado con el tiempo desde que Farham-Diggory, en 1980 calificara las dificultades en el aprendizaje como un concepto *misterioso y complejo*² La corriente conductista la conceptualizó como un proceso lineal, acumulativo y pasivo. Por otro lado; el enfoque cognitivo, que considera que el sujeto desarrolla procesos, operaciones y estrategias que lleva a cabo para adquirir y aplicar sus conocimientos, está considerada, en la mayoría de los casos, como parte del proceso.

En los últimos años, se ha considerado que el aprendizaje no es el mismo en cualquier ámbito, se ha planteado la construcción y la representación de conocimientos en dominios específicos, de tal manera que se reconoce que hay una forma de aprender la lectura, la escritura, las matemáticas, las ciencias y por lo tanto cada uno de estos dominios tiene dificultades particulares.

Una breve historia sobre el estudio de las dificultades en el aprendizaje, reseñada por Brown y Campione en 1989,³ señalan que durante el periodo de predominio de las teorías del aprendizaje de tipo asociacionista, se atribuía la causa de las dificultades en el aprendizaje a un déficit en algunas facultades de la mente, por lo que los tratamientos estaban enfocados a utilizar como procedimiento remedial, los ejercicios que permitieran *recuperar* esas facultades.

Durante los años sesentas, se consideraba que los problemas se debían a dificultades de memoria, por lo que los programas de intervención se dedicaban a ejercitación y a la promoción de la memoria de estrategias cognitivas. Sin embargo, a principios de la década de los ochentas, surgieron varias concepciones que incorporaron los aspectos metacognitivos, que subrayaron el interés de incluir en los programas de intervención los aspectos sobre el uso de las estrategias, control de la propia actividad y sobre las condiciones de su aplicación.

² Citado por Defior, 1990.

³ *Ibidem*.

Otra corriente puso acento en la necesidad de conextualizar las estrategias cognitivas y metacognitivas en el contexto real de la tarea, en el sentido de que los factores que originan las dificultades son específicos y que, por ejemplo, para remediar las dificultades en el aprendizaje de la lectura, debe enfocarse a las subhabilidades que componen la lectura propiamente dicha.

La psicogenética, se centra en descubrir el proceso psicoevolutivo que implica cada conocimiento específico, por ejemplo, en el campo del lenguaje, una de las más destacadas investigadoras, Emilia Ferreiro, en la tesis doctoral dirigida por Jean Piaget, realizó un estudio sobre las dificultades de aprendizaje de los niños de Monterrey (lo que se le llamó la *Prueba Monterrey*). En la investigación sobre estos procesos de lectura y escritura, descubre que los niños siguen un proceso de adquisición independiente de el método que emplea el maestro para enseñarles y, por lo tanto, hace un descubrimiento relevante, devela que la mayoría de dificultades que diagnostica el maestro como problemas de aprendizaje, son en realidad pasos indispensables en la construcción del conocimiento sobre el lenguaje escrito.

Esto lleva a modificar la concepción de dificultad y de error, pues se consideró que el niño concibe el objeto de estudio en diferentes momentos, y construye hipótesis que son acercamientos sucesivos, que manifiestan el dominio y la concepción del contenido a aprender. Además, los sujetos pasan por una serie de pasos evolutivos que son necesarios para la construcción, y así, a esos errores se les llamó errores constructivos.

Otro importante descubrimiento derivado de este estudio, es que debemos averiguar, en cada campo específico del conocimiento, cuáles hipótesis son las que construye el niño en cada etapa de desarrollo, qué conceptos adquiere, y cuáles son los campos que tiene que aprender, para descubrir las dificultades a las que se enfrenta en la construcción de estos conocimientos y que en este caso, es punto de partida de nuestra exposición haciendo un análisis de este fenómeno, pues hasta entonces se había considerado la dificultad de manera amplia, y no específicamente en cada campo, y también en cada uno de los conceptos que implica cada campo.

Este estudio demuestra que las estrategias de enseñanza deben basarse en el progreso de las hipótesis en la que se encuentra el niño, cada hipó-

tesis sería considerada por el maestro y el psicólogo como un estado natural momentáneo, que requiere de un progreso y donde el educador debe de provocar la reflexión, un conflicto cognitivo, que lo lleve al siguiente paso en el proceso de construcción del conocimiento; y como es progresivo no estaríamos pensando que de una hipótesis cualquiera se pasaría inmediatamente al dominio total del contenido. Estos descubrimientos en el área de lo psicológico, tuvieron consecuencias pedagógicas que se manifestaron diseñando estrategias de enseñanza que se aplicaron con éxito en niños con dificultades en el aprendizaje de la lectura y la escritura, pero además, los descubrimientos en matemáticas, también se fueron aplicando. Aun ahora, falta mucho por investigar en esta área, pues existe muy poca difusión acerca de los hallazgos hechos por los investigadores, y gracias a esto, no se ha aplicado en todos los conceptos que se requiere, sin embargo, en los ámbitos que se tiene investigación también ha tenido igual éxito.

Así, hacer observaciones sistemáticamente, que los alumnos resuelvan los problemas y contrastar estas observaciones entre el comportamiento de cada estudiante, nos da la pauta para considerar las dificultades que se presentan en cada caso.

En este trabajo, la noción de *error constructivo* es esencial, pues bajo la lupa de las regularidades, descubrimos aquellos que son clave y poder distinguir los que constituyen prerequisites necesarios para obtener la respuesta correcta.

Los errores sistemáticos que persisten en los niños, son errores constructivos; lo importante, es tratar de comprenderlos y no considerarlos en el grupo de respuestas erróneas indiferenciadas, porque regularmente estos errores marcan la pauta para la resolución correcta de los problemas, son el camino de la construcción de conocimientos.

Por lo tanto, el análisis de los errores sistemáticos es un procedimiento de gran valor para la comprensión de los procesos y estrategias de pensamiento de los sujetos ya que como menciona Rivere:⁴ *que muchas veces son las únicas ventanas por las que podemos ver las mentes de los alumnos*. En el caso de las matemáticas, el estudio de los errores siste-

4 RIVERE, 1990, p. 166.

máticos que los alumnos cometen, pone en claro que aplican principios, reglas o estrategias incorrectas que, frecuentemente, tienen su origen en procedimientos viciados, inventados para resolver situaciones nuevas para las que no tienen respuestas.

Desde las teorías tradicionales, los errores simplemente indican una deficiencia, es decir, una falta de dominio. Un niño es inexacto o ineficaz porque hay datos y técnicas que no se le han inculcado adecuadamente. Por ejemplo, un dato numérico erróneo implica que la asociación con la respuesta correcta no tiene una solidez suficiente, los errores cometidos en cálculos aritméticos son señal de debilidad en la serie de asociaciones que forman el algoritmo necesario. A veces, estas deficiencias se achacan a factores externos como una práctica insuficiente. Estas deficiencias, por parte del alumno, se atribuyen a factores tales como negligencia, falta de atención, incapacidad o aptitud escasa para las matemáticas. Sin embargo, los errores no indican una simple deficiencia del conocimiento. Los errores pueden revelar que el conocimiento le ha planteado al alumno un problema y también la forma como trata de abordarlo.

Así, las dificultades desde el cognitivismo, son concebidas como una necesidad de contextualizar las estrategias cognitivas y metacognitivas (posibilidades), el contexto real de la tarea, en el sentido de que los factores originan las dificultades. Otras veces, se han considerado como las diferencias que existen entre un nivel esperado y el demostrado.

Entonces, la dificultad en el aprendizaje, desde un punto de vista cognoscitivo, no se considera como algo permanente y por lo tanto puede mejorarse; de tal manera, que en la intervención no se trata de buscar una entidad *dañada* en el niño, sino de identificar, de manera precisa, la dificultad; considerando lo que sucederá si logramos ofrecer esa situación didáctica que permite el conflicto cognitivo, y al mismo tiempo puede ser compensable.

Además, la dificultad no se plantea como un problema de aprendizaje, que se relacione con un trastorno de origen orgánico; y sin embargo, si se toma en cuenta que cada uno de los problemas de aprendizaje de orden orgánico también son susceptibles de mejorar, creo que los maestros de educación de niños con necesidades educativas especiales, estarán de acuerdo en actuar de otro modo al que usualmente están acostumbrados,

el del diagnóstico de las deficiencias y la caracterización de lo que no pueden o van a poder hacer. Sin embargo, deben darle mayor importancia al apoyo de las posibilidades y potencialidades de estos niños; así, los padres verían en esta clase de educación una esperanza para que sus hijos desarrollaran cada vez más sus competencias, cosa de lo que estamos convencidos, pero ya sería motivo de otro tipo de análisis.

Cómo podemos distinguir la diferencia entre un niño que tiene un problema de aprendizaje de aquel que tiene una dificultad, cómo evaluar o cuantificar el retraso. Debemos considerar al niño con posibilidades de aprender, independientemente del problema y del orden que sea.

En la mayoría de las ocasiones, los problemas de aprendizaje en el contexto escolarizado se deriva de una concepción errónea de los maestros que tiene relación con el cómo aprenden los alumnos; y que más de una vez privilegian la respuesta correcta y la solución rápida a la formación de un razonamiento crítico, cayendo en la falsa efectividad de los métodos *eficientes* que en su mayoría se convierten en obstáculos pedagógicos lejos de promover un conocimiento sólido, basado en los procesos de construcción del conocimiento.

Para ejemplificar lo que ocurre en estos casos, nos parece ilustrativo un ejemplo que nos ofrece Baroody,⁵ en “El caso Mark”. Los padres de Mark pensaban que tenía una afectación cerebral y llevaron a su hijo a ser examinado por un psicólogo. Mark entró con mucha vergüenza al despacho del psicólogo, y le dice: *Así que ahora usted va a descubrir lo tonto que soy*. El psicólogo logró explicarle que únicamente averiguaría sus dificultades; y a través del diagnóstico, le explicó que él sabía mucho de matemáticas y que podía aprender más.

Mark explicó a grandes rasgos sus problemas y dificultades con las matemáticas. Manifestó con desespero que no podía recordar las fórmulas para calcular áreas. Posteriores preguntas, le permitieron saber al psicólogo que Mark no comprendía el concepto de área; de esta manera se diagnosticó la dificultad, y posteriormente se intervino presentándole rectángulos de cartón de distintas dimensiones, para que manipulara con ellos en distintos sentidos y pudiera obtener el área basándose en

5 BAROODY, 1988, “El caso Mark”.

su conocimiento informal, después de que el procedimiento se repitió de varias maneras, le preguntó que había observado de esas relaciones, *de pronto exclamó con alegría: ¡Multiplicas los dos números y ya está!*, él solo descubrió la fórmula base por altura.

Baroody concluye que: *en el caso de Mark, los problemas de aprendizaje no partían de una ineptitud para él mismo o de una lesión cerebral, sino de una enseñanza que no se había adaptado a su manera de pensar. Esta enseñanza le ayudó a abrigar creencias que anulaban su deseo y su capacidad de aprender.*⁶

Así, vemos que gran parte de los casos el aprendizaje de las matemáticas, tienen su fuente en cómo consideran los maestros las formas de aprender de sus alumnos, es decir, creen que tienen que aprender de memoria las cosas que tienen poca relación con su experiencia, en vez que las fórmulas se comprendan a través de la experiencia, considerándolas como una herramienta para simplificar procedimientos y no como la única posibilidad de solución.

Ahora bien, tiene que quedar bien claro que cada uno de los contenidos matemáticos tienen problemáticas distintas en el aprendizaje; la investigación psicogenética nos ha llevado a considerar varias de estas dificultades en distintos campos de los contenidos matemáticos, desde problemas específicos con el conteo, con la construcción del sistema de numeración, con la conceptualización de los números como los fraccionarios, decimales, negativos, entre otros, es decir, cada campo puede tener sus peculiares problemas en el aprendizaje.

A manera de ejemplo, enunciaremos de algunas de las dificultades generales de las matemáticas, tomando en cuenta que hay problemas que tienen su fuente en otros factores; sin embargo, nos interesan aquellas consideradas como frecuentes en los procesos de construcción del conocimiento matemático. Los problemas que trataremos aquí, son los que consideramos más relevantes:

- Dificultades de adquisición en el sistema de numeración.

⁶ *Idem.*, p. 76.

DOCUMENTOS

- Dificultades en la apropiación del concepto de número diferente al número natural (fraccionario, decimal, negativo, etc).
- Construcción del lenguaje matemático.
- Dificultades en la resolución de problemas.
- Dificultades en la adquisición del procedimiento algorítmico.

En el caso de la adquisición del sistema de numeración decimal, las dificultades comienzan por las construcciones de los elementos cognitivos, puesto que hay que comenzar aceptando procesos de cuantificación y diferenciación entre muchos y pocos; y luego, tiene que comprender la cardinalidad, ordinalidad, la correspondencia la unicidad, la abstracción y la irrelevancia del orden, en un camino complejo de la construcción de principios lógico-matemáticos, cuantificadores y de representación, así como el concepto de número. De acuerdo con Miranda,⁷ las principales dificultades que pueden presentarse en cuanto al conteo son:

- Problemas de secuencia, es decir, genera una serie numérica incorrecta cuando se le pide que cuente un máximo de 10 objetos.
- Partición, es decir, lleva un control inexacto de los elementos contados y no contados.
- Coordinación, es decir, si no es capaz de coordinar la elaboración de la serie numérica y el proceso de control de los elementos contados y no contados.
- Uso arbitrario o repetido de determinadas etiquetas numéricas.

En cuanto al desarrollo del concepto de número, las dificultades son:

- Incapacidad para seguir un orden estable al asociar números a un grupo de objetos.
- Dificultad para agrupar conjuntos en función de un criterio dado.

⁷ MIRANDA, 2000.

- Creencia de que si se cambia la localización de los objetos el número de los mismos variará.

Por supuesto que todas estas dificultades son necesarias en el desarrollo, pues develan un proceso del concepto de número y de consolidación del conteo.

En el sistema se tienen que entender los agrupamientos y la expresión de ausencias posicionales, lo que regularmente no se expresa en el lenguaje cotidiano, lo cual se manifiesta en dificultades tanto en la expresión como en la comprensión.

Cuando a un alumno le preguntamos cómo se escribe el 505, regularmente escribe 55 y si es muy pequeño escribe para dieciséis 106 considerando que debe escribir una cantidad y luego otra.

Por otro lado, consideramos que una vez aprendidas las características de este sistema, tienen que aprender características de otros tipos de números, por ejemplo: una vez asimilados y operando características de los números naturales, se dificulta la comprensión de los números racionales; y así volvemos nuevamente al problema de la comprensión de significados. A continuación presentamos algunas dificultades con los números fraccionarios, debido al conocimiento de los naturales. Por ejemplo, si le decimos a un niño frente a dos fracciones:

¿Cuál de estos dos números es más grande? $1/2$ o $1/15$

El niño escogerá al segundo, debido, *a.* no considera que ese par de números sea únicamente un número, y *b.* dos es que si algo ha aprendido, es que un número que tiene dos cifras es mayor al que tiene sólo una, estas dos características, dificultan la comprensión de la expresión del número fraccionario. Debido a que *las fracciones forman un conjunto de números con propiedades específicas, distintas de las propiedades de los números enteros, y muchos de los problemas se originan por no tener claras esas diferencias.*⁸

Otra de las características particulares de las fracciones es que, a diferencia de los números naturales, tienen un antecedente y un subsecuente,

⁸ BALBUENA, 1985.

no así las fracciones, característica que confunde al niño ya que puede contar y lo llevará a pensar ¿qué número sigue de $1/3$?

También es característico de un megaconcepto que una representación signifique varias cosas, dependiendo del contexto en el que lo encontremos, puede representar que vamos a dividir un pastel entre dos niños, y que a un niño le tocó un medio de pastel; también puede significar que por cada dos niños, tengamos que comprar un pastel, o que las probabilidades de que en un volado yo gane, es de un medio... etc. Es decir, que es complicado lo que podemos interpretar, ya que tiene más que los significados que exponemos aquí.

Y así, la adquisición de un lenguaje que permita comprender cada uno de los números (fraccionarios, decimales, negativos, etc.), requiere del que aprende, un proceso de aprendizaje, reaprendizaje, y desaprendizaje, un constante descubrir similitudes y diferencias, considerando dónde generalizar y dónde diferenciar, así como las estrategias para cada caso.

El lenguaje es un medio de expresión y comunicación que nos permite estar en contacto con los otros mediante una convención aprendida; según Pimm,⁹ entre el lenguaje y las matemáticas, existen fascinantes conexiones: entre los usos cotidianos y especializados, y entre terminología y comprensión.

Entre las matemáticas y el lenguaje escrito, existe una relación especial: el razonamiento matemático depende de abreviaturas y símbolos, y para su desarrollo, hace falta utilizar la notación escrita, sin que pueda transferirse con facilidad al lenguaje hablado. Pero, así mismo, hay relaciones evidentes entre habla y aprendizaje: con frecuencia aprendemos conceptos hablando sobre ellos con nuestras propias palabras. El aprendizaje de las matemáticas depende, en parte, de aprender a utilizar tales símbolos y el significado de los términos especializados. El lenguaje nos permite la expresión precisa del elemento representado.

El lenguaje escrito es convencional, y gracias a ello tiene una forma especial de acceso y varias dificultades, por las peculiaridades que presenta, sobre todo cuando nos movemos en el ámbito de las matemáticas. Por

⁹ Citado por PIMM, 1990.

ejemplo, la convención que tiene el niño en la escritura le dice que tendrá que escribir de izquierda a derecha de arriba hacia abajo, elemento que se contrapone en una fracción o en una expresión de la recta numérica con negativos, o la lectura de un plano cartesiano, comenzando la lectura por el punto medio, o en la expresión de una división algorítmica, comenzando por leer la cifra del dividendo y luego la del divisor, $18/\overline{3399}$ para poder leer, decimos tres mil trescientos noventa y nueve entre dieciocho sin tomar en cuenta la convención del español.

Otro ejemplo, cuando un niño pequeño quiere expresar dos más tres, lo expresa así 2×3 y al preguntarle la diferencia entre 2×3 y $2 + 3$, el dice *la diferencia es que en uno el más está chuequito y en el otro parece una cruz*, no siendo conciente de la diferencia de significado en la expresión.

Tom,¹⁰ dice que el problema fundamental de la enseñanza de las matemáticas consiste en la construcción del significado, más que en una cuestión de rigor.

Nuevamente Pimm¹¹ nos proporciona un ejemplo: ¿Las confusiones que se producen en las clases de matemáticas pertenecen al nivel de la interpretación de palabras concretas? Los usos matemáticos de determinado término, supone la alteración del significado o la connotación de una palabra ordinaria. Si el oyente no es consiente de este uso distinto y asigna el significado corriente al medio matemático, podemos suponer que se producirán diversas dificultades en la comprensión.

A la pregunta: *¿Cuál es la diferencia entre 24 y 9?*, un niño de nueve años respondió: *uno es par y el otro impar*, mientras otro contestó: *uno tiene dos números y el otro uno*. Estas respuestas indican un fallo de comprensión del término diferencia, utilizado en sentido matemático, que implica la noción de sustracción. Así mismo, se aprecia una segunda distinción entre las dos respuestas (que tiene que ver con la percepción de la diferencia). Estas son algunas de los problemas de adquisición de características particulares del lenguaje matemático.

¹⁰ *Ibidem*. p. 32.

¹¹ *Ibidem* pp, 32 -33.

DOCUMENTOS

Otra de las dificultades es la resolución de problemas. Uno de las principales, es la comprensión del problema, el alumno lo manifiesta al no entender el planteamiento y, por lo tanto, no tiene un plan de solución, pero como escolarmente tiene que dar una respuesta, puede tomar algún elemento contenido en el problema, o bien, establecer relaciones al azar, por ejemplo, la respuesta de Mario (8:11) al siguiente problema.

Alicia va a la tienda de Don Ramón y ve el siguiente letrero:

3 REFRESCOS POR \$3.30

Si compra 5 refrescos, ¿Cuánto pagará?

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 9 \\ \hline 45 \end{array}$$

R: 15.45

El manejo de gran cantidad de información sin registro, es decir, que una de las estrategias en el plan de solución se evidencia que están bien, pero al no registrar esta información, los niños no pueden realizar las operaciones planeadas.

Otra dificultad, son los contextos de los problemas y las exigencias de conocimiento previo que dificultan su comprensión y por lo tanto su solución.

Cuando se relaciona una gran cantidad de información sin expresión gráfica. Cuando las indicaciones orales son suficientes, refiriéndonos a problemas verbales que se les presentan a los niños más pequeños, o cuando el enunciado es demasiado grande para el nivel de comprensión que manejan, resulta complicado manipular la información sin una expresión gráfica que apoye al enunciado.

El manejo de gran cantidad de información sin registro. El manejo de la información de un problema debe ser un eje importante en la formación de las estrategias de resolución de problemas, debido a que el niño o el joven, deben aprender a registrar la información, así como la manera en que puede resultarle más comprensiva.

En cuanto a la comprensión de los problemas, en la decodificación del enunciado, Vergnaud¹² nos dice que el problema debe ser presentado con un lenguaje que tenga cierto nivel de complejidad y controlar la posibilidad de resolver el problema, puesto que sólo es problema cuando no tiene un nivel tan alto que el alumno puede resolver; y no es tan sencillo que no puede resolverlo con las herramientas que posee.

Los obstáculos didácticos, son aprendizajes que posibilitan algunos conocimientos, pero imposibilitan un pensamiento flexible en la resolución de algunos otros problemas.

Las dificultades en el algoritmo, se deben a una mecanización de los procedimientos en la resolución de problemas, los alumnos olvidan detalles que les impiden ejecutar de manera efectiva la operación.

Antes se consideraba que la forma de presentar las operaciones matemáticas era enseñar el procedimiento algorítmico, luego y una vez habiendo ejercitado el algoritmo, resolver problemas; esto generaba dificultades importantes, pues el alumno no lograba relacionar el algoritmo con lo que le pedía el problema, y terminaba preguntándole al maestro con qué operación resolverla; y aún así, no lograba establecer las relaciones correctas entre los números en la ejecución del problema, ya que termina sin entender el procedimiento y el problema.

Ahora se ha puesto énfasis en el enfoque problémico, sin embargo, no ha quedado claro que no se niega el uso del algoritmo, pero sí se pretende su construcción progresiva y reflexionada, a fin de que el alumno considere la economía que el algoritmo le permite, además de que hay un proceso de construcción de éste.

En una investigación que está realizando Delia Ayala,¹³ alumna de la maestría en psicogenética del IMCED, los jóvenes de secundaria, revelan varias de las dificultades relacionadas con la construcción del algoritmo de la división y de la multiplicación, los ejemplos muestran que al haber dificultades en las operaciones algorítmicas, el proceso de ejecución del problema se ve afectado, así como también el proceso de evaluación. Lo que

¹² VERGNAUD, 1991.

¹³ AYALA, 2007.

DOCUMENTOS

parece relevante, es que la mayoría de estudiantes no parecen percatarse de que el desarrollo del algoritmo es erróneo, a pesar de cuestionar acerca de los resultados. Aquí presentamos algunos ejemplos.

En lo que respecta a la situación de ejecución las dificultades encontradas en el desarrollo de los algoritmos son las siguientes:

En el algoritmo de división: dificultad al dividir y multiplicar por el cero, por ejemplo: Verónica, 13:01 primer grado: al resolver el problema planteado, el error aparece al calcular la última cifra del divisor, pues multiplica por cero como si multiplicara por cualquier otro número:

$$\begin{array}{r} 67 \\ 503 \overline{) 865} \\ \underline{305} \\ 06 \end{array}$$

Está la dificultad al tomar en cuenta la adición de los agrupamientos en distintos valores posicionales. Por ejemplo: Magnolia, 13:08 de primer grado, el error se encuentra al sacar el segundo residuo de la división, no realiza de forma correcta los agrupamientos de acuerdo a los valores posicionales:

$$\begin{array}{r} 172 \\ 28 \overline{) 5890} \\ \underline{309} \\ 850 \\ \underline{30} \end{array}$$

Dificultad al hacer la resta para ver las que sobran. Por ejemplo, Martha 14:01 del segundo grado, los errores se encuentran al sacar los residuos, al no realizar las sustracciones correctamente, no logra sacar los residuos correctos:

$$\begin{array}{r} 231 \\ 28 \overline{) 5890} \\ \underline{89} \\ 80 \\ \underline{22} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 232 \\ 28 \overline{) 5890} \\ \underline{89} \\ 50 \\ \underline{28} \end{array}$$

Invertir el orden para saber a cuánto toca en el cociente, considerando que el dividendo cabe en el divisor. Ejemplo: Blanca 12:08 primer grado, considera que el 38 cabe una vez en el 50 y posteriormente que el 86 cabe también una vez:

$$\begin{array}{r} 0113 \\ 50 \overline{) 3865} \\ \underline{386} \\ 865 \\ \underline{865} \\ 15 \end{array}$$

Falta de control al desarrollar el algoritmo. Ejemplo: Fermín, 13:02 segundo grado, en el problema no. 1 sobre las cajas de galletas, como se muestra no desarrolla el algoritmo de acuerdo a sus reglas para resolver un algoritmo de división:

$$\begin{array}{r} 811 \\ 50 \overline{) 3865} \\ \underline{65} \\ 15 \\ \underline{30} \end{array}$$

Dificultad al multiplicar por el cero. Por ejemplo: Karina, 14:11 tercer grado, en el problema no. 1, sobre las cajas de galletas, multiplica por cero como si estuviera multiplicando por uno:

$$\begin{array}{r} 3865 \times 50 \\ \underline{3865} \\ 19305 \\ \hline 19305 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ 4 \end{array}$$

Dificultad al tomar en cuenta la adición de los agrupamientos en distintos valores posicionales. Ejemplo: Blanca, 12:08 primer grado, en el problema no. 3 sobre los trajes, al hacer el agrupamiento en el primer producto en la centenas:

$$\begin{array}{r}
 5890 \\
 \times 28 \\
 \hline
 47220 \\
 11780 \\
 \hline
 165020
 \end{array}$$

Finalmente, y lo más importante, es considerar que las dificultades deben ser tratadas con naturalidad, sin pensar en culpables entre los alumnos o el maestro; lo importante es considerar que un tratamiento didáctico estratégico mira más hacia delante y menos hacia atrás, no para ignorar los problemas, sino para examinar mejor las posibilidades de los alumnos en el futuro; de las producciones y las construcciones, las posibilidades de los alumnos que pueden desarrollarse a partir del estado actual, en vez de volver la vista atrás para buscar culpables, anhelando aquello que nos gustaría que supieran nuestros alumno. ▲

Bibliografía

- ASSTOLFI, Jean Pierre. *El "error", un medio para enseñar*. Diada. Sevilla, 1999.
- AYALA, Delia. "La estimación en la resolución de estructura multiplicativa donde subyace la división." Tesis de maestría en proceso IMCED. Morelia, 2007.
- BALBUENA, Hugo, et al. *Laboratorio de psicología matemática. Descubriendo las fracciones*. DIE- CINVESTAV. México, 1985.
- BARCHELARD, G. *La formación del espíritu científico*. Planeta- De Agostini. Barcelona, 1985.
- BAROODY, Artur. *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Visor. Madrid, 1988.
- DEFIOR CITOLER, Sylvia. *Las dificultades de aprendizaje un enfoque cognitivo*. Ediciones Aljibe. España, 1996.
- MATEOS P., "La construcción de la noción de proporcionalidad en el segundo ciclo de educación primaria". Tesis de maestría. IMCED. Morelia, s.a.
- . "El lenguaje matemático", proyecto de investigación del IMCED. Morelia, 2006.
- MIRANDA, Ana, et al. *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*. Editorial Aljibe. Málaga, 2000.
- PIMM, D. *El lenguaje matemático en el aula*. Ediciones Morata. Madrid, 1990.
- RIVIERE, A. (1990) "Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas", en A Marchesi, C. Coll y J. Palacios (eds.), *Desarrollo psicológico y educación III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar*. CEPE. Madrid, 1990, pp. 155-182.
- SANTIUSTE, Victor, et al. *Dificultades de aprendizaje e intervención pedagógica*. Editorial CCS. Madrid, 2005.
- VERGANUD, G. *El niño las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. Trillas. México, 1991.