

La representación en matemáticas: una dificultad en el aprendizaje

Jesús Roberto García Pérez

U.M.S.N.H., FAC. DE FIS. MAT.

Alejandra Rodríguez Díaz

IMCED

Resumen

El desarrollo de los conceptos matemáticos ha ido aparejado al desarrollo de diferentes sistemas de representación, incluyendo al lenguaje natural, los cuales facilitan no sólo la comunicación, sino que son también instrumentos primordiales del funcionamiento cognitivo. El dominio de determinados sistemas de representación puede facilitar o dificultar el entendimiento en un campo del conocimiento. En este trabajo se presenta una breve descripción de una investigación, realizada con niños de 5° y 6° grado de primaria, para identificar dificultades que manifiestan los estudiantes al resolver problemas que implican el uso del razonamiento proporcional, donde se observó que el uso de representaciones es una fuente de dificultades en la resolución de este tipo de problemas.

Noción de representación

Representación es un término que se ha empleado frecuentemente en Psicología y Didáctica de la Matemática para describir, tanto la actividad cognitiva, como algunas formas de expresión de los sujetos.

En *La formation du symbole chez l'enfant: Imitation, jeu et reve. Image et représentation*, Piaget señala:

Lo característico de la representación es rebasar lo inmediato, aumentando las dimensiones en el espacio y en el tiempo del campo de la adaptación, o sea evocar lo que sobrepasa al terreno perceptivo y motor. Quien dice representación, dice por consiguiente reunión de un 'significador' que permite la evocación de un 'significado' procurado por el pensamiento.¹

Y sostiene que a lo largo del desarrollo cognitivo se presentan tres diversas formas de pensamiento representativo: imitación, juego simbólico y representación cognoscitiva, las cuales evolucionan en función del equilibrio progresivo de la asimilación y la acomodación.

Además de Piaget, varios psicólogos y educadores matemáticos han estudiado el papel de las representaciones en el desarrollo cognitivo global de los sujetos, así como en los procesos de aprendizaje, especialmente en matemáticas. Entre otros tenemos a J. Bruner, R. Skemp, C. Janvier, J. Kaput, G. Golding, R. Duval, G. Vergnaud.²

Skemp, matemático y psicólogo, analiza la importancia de los símbolos en los procesos de formación de conceptos en general y los matemáticos en particular, y en el funcionamiento de los esquemas (estructuras conceptuales) en la integración de conocimiento existente y asimilación de nuevo conocimiento. Para él, "un símbolo es un sonido, o algo visible, conectado mentalmente a una idea. Esta idea es el *significado* del símbolo. Sin una idea ligada, un símbolo es vacío, carente de significado"³ En esta misma obra, Skemp analiza las funciones de los símbolos y que Castro & Castro⁴ resumen de la manera siguiente:

Comunicación. Dado que los conceptos son objetos puramente mentales y no hay forma de observarlos directamente, es necesario un medio visible que permita el acceso a los productos de la mente. El símbolo es un medio visible que está conectado a una idea, que es su significado.

1 PIAGET, J., 1959. p. 371.

2 BRUNER, J., 1966; SKEMP, R., 1980; JANVIER, C., 1987; KAPUT, J., 1987; GOLDING, G., 1987, 1998; DUVAL, R., 1993, 1995 y 1996; VERGNAUD, G., 1996, 1998.

3 SKEMP, R., 1980. p. 74.

4 CASTRO, E., CASTRO, E., 1997.

Registro de conocimiento. Entre las características de las ideas está ser invisibles, inaudibles y perecederas; esto hace necesario un registro de las mismas que asegure la comunicación.

Formación de clasificaciones múltiples correctas. Un mismo objeto se puede clasificar de múltiples formas. Por la asignación de un símbolo a la clasificación somos capaces de concentrar nuestra atención sobre propiedades diferentes del mismo objeto. Cuantos más símbolos se puedan ligar a un objeto, mayor será el número de clasificaciones en que pueda intervenir el mismo.

Hacer posible la actividad reflexiva. Esta actividad permite a las personas ser conscientes de sus propios conceptos y esquemas, percibir sus relaciones y estructuras y llegar a manipularlas de diversas maneras.

Ayuda a mostrar las estructuras. Por la reflexión, los individuos son conscientes de sus ideas y la relación que existe entre ellas. La selección correcta de símbolos puede ser de gran ayuda para evocar los conceptos correctos, o un obstáculo si no se eligen adecuadamente.

Automatizar manipulaciones rutinarias. El progreso en matemáticas exige que los procesos elementales se hagan automáticos, liberando así la atención del individuo que podrá concentrar en nuevas ideas. Esto se lleva a cabo separando el concepto del símbolo y llegando a manipular éste de acuerdo a hábitos adecuadamente formados.

Actividad mental creativa. El uso de símbolos asociados a un concepto posibilita el control voluntario, la comunicación y el registro de conocimiento.⁵

Skemp emplea el término *símbolo* como sinónimo de *representación* y distingue dos formas básicas para los símbolos matemáticos, que denomina *modos de imaginación*: símbolos visuales y símbolos verbales. En los primeros incluye los ‘diagramas de todas clases’, en particular las figuras geométricas; en los segundos incluye la lengua natural y los símbolos algebraicos, a los que considera como una especie de “taquigrafía verbal” (el término “verbal” hace referencia tanto a la palabra hablada como a la escrita).

⁵ CASTRO, E., CASTRO, E., *op. cit.*, p.p. 112-113.

Para Duval⁶ las representaciones son fundamentales en la comprensión de la matemática, pues sus objetos de estudio son construcciones de la mente y requerimos de representaciones para interactuar con ellos:

Una escritura, una notación, un símbolo, representan un objeto matemático: un número, una función, un vector [...] Así mismo, los trazos y las figuras representan objetos matemáticos: un segmento, un punto, un círculo [...] Ello quiere decir que los objetos matemáticos no deben ser confundidos jamás con su representación [...] La distinción entre un objeto y su representación es un punto estratégico para la *comprensión* de las matemáticas.⁷

Los sistemas simbólicos de representación en matemáticas, por ejemplo, la notación posicional decimal y su cálculo operativo; el álgebra y sus operaciones, han sido desarrollados a lo largo de mucho tiempo (miles de años) mediante un proceso de selección y refinamiento profundo, dando lugar a potentes herramientas para actuar sobre los objetos matemáticos que representan. También existen sistemas de representación no simbólicos como son los que están basados en pictogramas (dibujos, diagramas y gráficos), algunos de los cuales están muy desarrollados, por ejemplo, el sistema de coordenadas cartesiano, siendo de gran utilidad debido a que permiten no sólo visualizar propiedades y patrones en los objetos matemáticos, sino que algunos de ellos incorporan reglas de operación que facilitan el tratamiento de los objetos matemáticos. En especial, el lenguaje natural es un sistema de representación básico para la comunicación y la actividad del pensamiento.

Hay al menos dos funciones que tienen las representaciones en la matemática y su enseñanza: la comunicación y como soporte de los procesos cognitivos. La primera de estas funciones es evidente si consideramos que tanto en la comunidad matemática como en la enseñanza de esta disciplina es fundamental, además del lenguaje natural, la existencia de sistemas de representación especializados que permitan comunicar de manera precisa y eficaz los contenidos y los métodos del conocimiento matemático.

⁶ DUVAL, R., 1996.

⁷ DUVAL, R., *op. cit.*, p. 2.

La segunda función tiene que ver con la naturaleza misma de la matemática y de los procesos cognitivos que implica el trabajar con sus objetos de estudio. Las representaciones son fundamentales en la comprensión de la matemática, pues sus objetos de estudio son construcciones de la mente y requerimos de representaciones para interactuar con ellos⁸ y “el tipo y nivel de matemáticas posibles está altamente controlado por los tipos de sistemas de símbolos empleados para presentar esas matemáticas”.⁹

El interés sobre el papel de las representaciones en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas queda de manifiesto en diferentes obras y reuniones científicas de investigadores en Didáctica de la Matemática. Por ejemplo, durante la década pasada y en la actual, se han conformado grupos de trabajo sobre representaciones dentro del PME y en el PME-NA.

Por otro lado, se ha empezado a considerar de manera explícita la importancia de las representaciones en las discusiones y elaboración del Currículum de matemáticas. Rico¹⁰ destaca la importancia de las *representaciones* como un organizador del currículo, considerándolas como:

... el modo en que los sujetos expresan sus conocimientos con notaciones simbólicas o mediante algún tipo de gráfico. Mediante las representaciones las personas organizan su información sobre un concepto u operación para poder pensar sobre ellos, expresar su comprensión y utilizarla en situaciones y problemas prácticos o en situaciones escolares convencionales.¹¹

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM), en su documento *Principles and Standards for School Mathematics* (2000), incorpora un estándar (de los diez propuestos) sobre Representación que, junto con otros cuatro, centra la atención en los procesos matemáticos mediante los cuales los estudiantes deben de adquirir y usar su conocimiento matemático (los otros cinco estándares hacen referencia a los contenidos). En la presentación del Estándar de Representación se comenta lo siguiente:

⁸ DUVAL, R., 1996.

⁹ KAPUT, J., 1978. p. 179.

¹⁰ RICO, L., 1997.

¹¹ RICO, L., op. cit., p. 53.

La forma en que las ideas matemáticas son representadas, es fundamental para que la gente pueda comprender y usar esas ideas [...]

El término *representación* se refiere tanto al proceso como al producto, en otras palabras, al acto de capturar un concepto o relación matemática en alguna forma y a la propia forma [...] Más aún, el término se aplica a procesos y productos que son observables externamente, así como a aquellos que ocurren ‘internamente’ en la mente de la gente que hace matemáticas. Todos estos significados son importantes para ser considerados en las matemáticas escolares.

Algunas formas de representación –tales como los diagramas, gráficas y expresiones simbólicas- han sido, desde hace mucho tiempo, parte de las matemáticas escolares. Desafortunadamente estas representaciones y otras, han sido enseñadas y aprendidas como si fueran fines en sí mismas. Las representaciones deben ser tratadas como elementos esenciales para apoyar la comprensión de los estudiantes de los conceptos y relaciones matemáticas; en comunicar acercamientos, argumentos e ideas matemáticas a uno mismo y a los demás; en reconocer conexiones entre conceptos matemáticos relacionados; y en aplicar las matemáticas a situaciones de problemas realísticos a través de la modelización. Las nuevas formas de representación asociadas con la tecnología electrónica generan una necesidad aún más grande de atención instruccional en representación.¹²

Así mismo, además de numerosos artículos sobre el tema, se han publicado los siguientes libros: *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, editado por C. Janvier (1987); *Sémiosis et pensée Humaine* de R. Duval (1995); *The Roles of the Representations in School Mathematics. 2001 Year Book* del NCTM, editado por A. A. Cuoco y F. R. Curcio (2001) y; *Representations and Mathematics Visualization*, editado por F. Hitt (2002).

Las representaciones en las matemáticas de nivel básico

En preescolar, los niños tienen contacto con nociones matemáticas, a través de juegos y materiales concretos, y también empiezan a conocer algunos símbolos (números y figuras geométricas). Durante la primaria el uso de representaciones matemáticas se incrementa considerablemente

¹² RICO, L., *op. cit.*, p. 67.

en cantidad y complejidad, a la par que las nociones matemáticas. Por ejemplo, para realizar las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) los niños requieren comprender y manejar adecuadamente el sistema decimal, lo cual implica el uso de representaciones complejas. No es casual que, al principio, los niños tengan dificultades para escribir correctamente números de varias cifras o que, al hacer operaciones, les cueste trabajo dominar ciertos algoritmos que implican el uso de técnicas ligadas a la representación posicional (por ejemplo ‘pedir prestado a las decenas...’).

Con frecuencia las representaciones matemáticas pueden asumir significados múltiples, por ejemplo, la expresión $\frac{2}{3}$ puede significar un número (dos tercios) ó una razón (dos es a tres) ó un cociente (dos entre tres). En estos casos, el contexto matemático es clave para asignar el significado adecuado. Adquirir la madurez matemática para hacer estas distinciones, requiere una instrucción que proporcione las experiencias adecuadas para una construcción conceptual que tome en cuenta los aspectos representacionales correspondientes.

Estudio de caso

Como se explicó en los párrafos anteriores, la representación constituye una noción esencial para explicar cómo el estudiante anticipa y actúa sobre el problema. Esta acción del estudiante está siempre en función del significado construido a partir de los conocimientos tanto formales como informales con los cuales ha interactuado.

A continuación se presenta una breve descripción de la investigación¹³ realizada para identificar las dificultades que manifiestan los estudiantes al resolver problemas que impliquen el uso del razonamiento proporcional, donde se observó a la representación como un factor constante, causa de las dificultades en la resolución de problemas. La pregunta central directriz de la investigación fue:

¿Cuáles son las competencias, estrategias y dificultades que manifiestan los alumnos del tercer ciclo al resolver problemas que involucran proporciones o nociones consideradas precursoras de éstas?

¹³ RODRÍGUEZ, A., 2002.

De aquí se desprende el objetivo de identificar las dificultades que manifiestan los estudiantes al resolver problemas donde subyace la proporcionalidad.

Para esta investigación se asume como categoría central el *razonamiento proporcional*, entendido éste como un proceso cognitivo que parte de la caracterización que hace Lesh al respecto, lo considera como:

... una forma de razonamiento matemático que involucra un sentido de covariación y de comparaciones múltiples, así como la habilidad de acumular y procesar mentalmente varios fragmentos de información, se encuentra muy relacionado con la inferencia y la predicción e involucra ambos métodos de pensamiento: el cualitativo y el cuantitativo.¹⁴

Participantes. 10 alumnos del quinto grado de primaria y 10 del sexto grado.

Procedimiento. La metodología utilizada se basó en el uso de entrevista clínica.

Descripción de situaciones. Para la definición de los problemas se parte de considerar a la proporcionalidad como un tema que se empieza a estudiar de manera formal en cuarto grado de primaria y sigue estudiándose en la secundaria y el bachillerato. Asimismo la proporcionalidad básicamente trata de situaciones en las que dos magnitudes (de diferente naturaleza) se relacionan mediante una relación multiplicativa constante. El tratamiento de estas situaciones implica el uso de diversas representaciones, que pueden ir desde diagramas simples, hasta gráficas y expresiones algebraicas. En la escuela primaria, la manera de representar las situaciones de proporcionalidad es a través de diagramas o dibujos, números enteros y fraccionales, razones y tablas numéricas.

Los problemas que integran las situaciones corresponden al tipo de problemas de estructura multiplicativa de isomorfismo de medidas y de producto de medidas.¹⁵ Este tipo de problemas está contemplado en los programas vigentes en el plan de estudio de educación primaria.

¹⁴ Citado en GÓMEZ, H., 1996, p.12

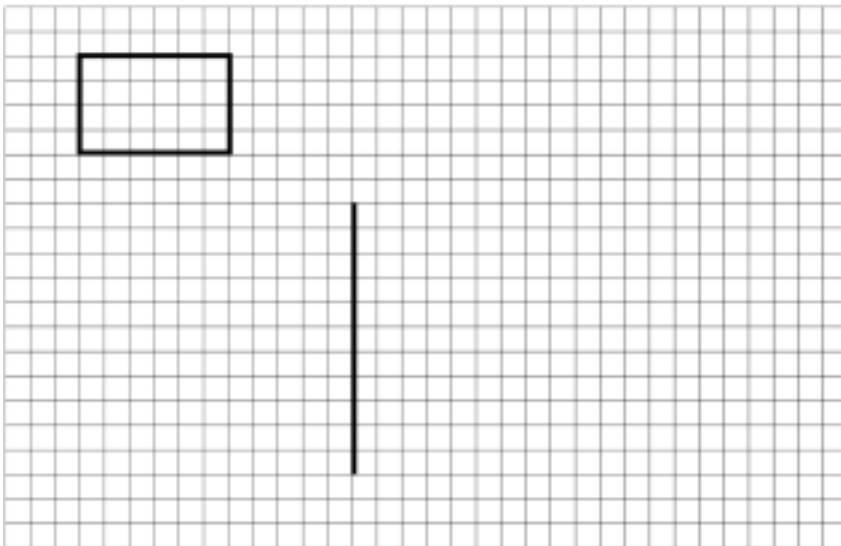
¹⁵ VERGANUD, G., 1983.

También se consideró para la selección de problemas la diversidad de problemas planteados por investigadores de la educación matemática que se han interesado en el estudio del razonamiento proporcional, eligiendo y adaptando algunos de ellos para integrarlos al cuestionario, tomando en cuenta las siguientes fuentes documentales que sirvieron de base: Fiol y Fortuny (1990), Karplus (1981), Hart (1978), Noelting (1980), Gómez y otros (1996), así como problemas sobre razón y proporción contenidos en los libros de texto vigentes en la educación primaria del segundo y tercer ciclo y problemas sobre razón y proporción contenidos en la guía para el maestro de 6° año (1992).

Problemas

1. Rectángulo. La tarea corresponde a un problema de “valor perdido” en la modalidad de escalas con figuras bidimensionales, en una superficie reticular. La demanda es reproducir un rectángulo dado un lado que indica una escala 1:3, la cual tiene que ser determinada.

- 3) En la cuadrícula dibujamos un rectángulo.
Abajo hemos comenzado a trazar otro rectángulo.
Complétalo.
Tu dibujo debe tener la misma forma que el nuestro.



DOCUMENTOS

Esta actividad demanda que los niños dibujen rectángulos semejantes, esperando que el alumno dibuje rectángulos conservando la proporcionalidad que guarda un rectángulo en sus dimensiones con respecto al otro.

Al pasar a la cuantificación, la relación que nos interesa es:

$$\frac{\text{lado del primer rectángulo}}{\text{lado del segundo rectángulo}} = \frac{\text{ancho del primer rectángulo}}{\text{ancho del segundo rectángulo}} = \frac{1}{3}$$

El problema que se presenta implica la siguiente secuencia:

- Concebir la medida de la magnitud.
- Cuantificarla.
- Representarla.

Piaget e Inhelder¹⁶ en su estudio “La interpretación del espacio por el niño”, establecen interrelaciones entre el razonamiento proporcional numérico con la identificación de figuras semejantes en el plano.

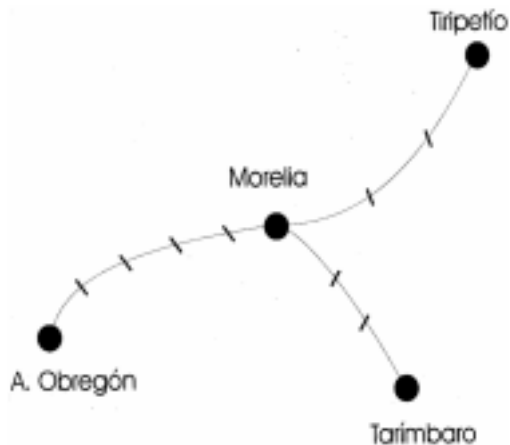
¹⁶ PIAGET e INHELDER, 1948.

2. Carretera

Esta actividad es un problema de valor perdido en la modalidad de escala. Se demanda hallar el término desconocido de una proporción, cuyos tres valores restantes están dados en forma gráfica y numérica. No se da el valor unitario aunque la relación que se favorece orienta su búsqueda. El propósito de su aplicación es identificar la forma como el estudiante decodifica la información y las relaciones que establece para encontrar la respuesta.

7) En el dibujo están las carreteras que van de A. Obregón a Tiripetio, Morelia y Tarímbaro.

De A. Obregón a Tiripetio hay 24 kilómetros de distancia.



a) ¿Cuántos kilómetros hay de Morelia a Tarímbaro? _____

3. Receta

Esta actividad corresponde a varios problemas de valor perdido relacionados con información numérica y tabular. Se demanda hallar valores desconocidos de una tabla en la que intervienen distintos tipos de cantidades y se mantiene una constante de proporcionalidad (mitad, doble, triple. Ver Figura 4).

14) Aquí apuntó la Tía Lola la receta que usa cuando hace falta flan para cuatro personas.

Flan de la Tía Lola	
Un flan para cuatro personas se hace con:	
2 Latas de leche condensada	
12 Huevos	
6 Cucharadas de vainilla	
4 Tazas de agua	
100 Gramos de nuez	
200 gramos de azúcar.	

En la siguiente tabla anotamos algunas de las cantidades de la receta para 4 cuatro personas.

Completa las que faltan.

Ahora escribe en las columnas de la derecha qué cantidades de cada ingrediente necesitamos si queremos hacer el flan de la Tía Lola para 2 y para 6 personas.

		Número de personas		
		4	2	6
i n g r e d i e n t e s	Latas de leche condensada	2		
	Huevos			
	Cucharadas de vainilla			
	Tazas de agua			
	Gramos de nuez	100		
	gramos de azúcar			

Otro tipo de representación es la verbal (hablado o escrito), por lo que se le plantearon a los estudiantes los siguientes problemas:

4. Mecnógrafas

Esta situación es un problema de tipo verbal que se establece en el contexto de velocidad, demanda la comparación de dos razones numéricas equivalentes, en la que se favorece una razón entera por medio de una relación de tipo “dentro”, la petición no está implicando una respuesta cuantitativa.

Luisa y Rosa están escribiendo en la máquina. Luisa escribe 9 letras en 3 segundos y Rosa escribe 12 letras en 4 segundos. ¿Quién escribe más rápido?

Este problema presenta la relación numérica $2/8$ y $1/6$ y no demanda una respuesta numérica, se presenta en el contexto de mezclas y corresponde a una desigualdad de razones.

Maria prepara agua de tamarindo. A 2 litros de jarabe de tamarindo le agrega 8 litros de agua. Juan también prepara agua de tamarindo, pero a 1 litro de jarabe de tamarindo le agrega 6 litros de agua.

¿Cuál de las dos aguas tiene más sabor a tamarindo? _____

¿En qué te fijaste para decidir qué agua tiene más sabor a tamarindo?

La comparación de lo dulce requiere del razonamiento proporcional, y se escogió esta situación porque:

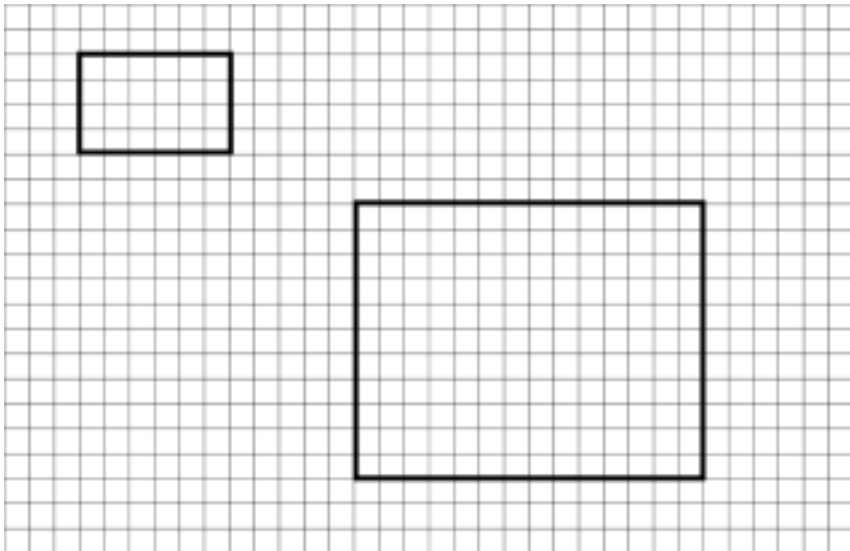
- a) Es familiar a los niños.
- b) Las mezclas pueden ser hechas con varias cantidades de los dos ingredientes.
- c) El jugo y el azúcar son materiales con distintas propiedades.
- d) Las cucharadas son naturalmente pequeñas y consideradas discretas.
- e) Las cantidades pueden ser ilustradas fácilmente.

Resultados

Las respuestas registradas por los estudiantes se analizaron mediante un modelo centrado principalmente en identificar respuestas comunes para así poder arribar a categorías de análisis que permitieron caracterizar las respuestas e identificar las dificultades que enfrentan los niños ante los problemas presentados.

Solución a la situación “Rectángulo”

El empleo de una estrategia aditiva al comparar razones o encontrar un valor desconocido fue una estrategia predominante utilizada por los estudiantes: la comparación por diferencia entre los datos, lo que lleva a una respuesta incorrecta. Como es el caso de Xitlaly (figura 4), quien decodifica la información que se presenta utilizando una representación geométrica, donde cada cuadro representa una unidad, compara por diferencia los datos proporcionados en el enunciado y así encuentra el resultado: $6 - 4 = 2$ generalizando al resto de la información, entonces por consiguiente $12 + 2 = 14$.

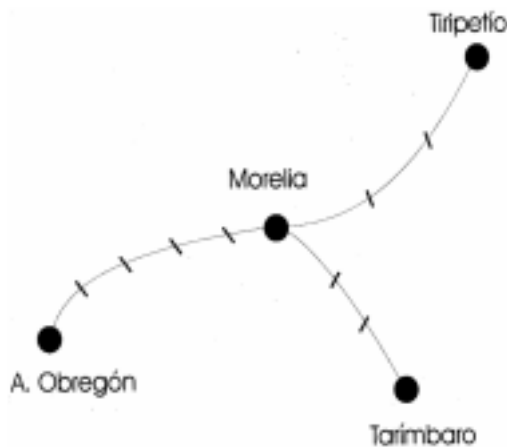


Solución a la situación “Carretera”

13/20 estudiantes repitieron un dato contenido en el enunciado, las respuestas que corresponden a esta categoría permiten identificar que los estudiantes se centran en algún elemento de la información y repiten algún dato que en su mayoría se relaciona con el número de marcas, como es el caso de Diego, alumno de 5° año (figura 5), quien cuenta la cantidad de marcas que existen entre la distancia comprendida entre Morelia y Tarímbaro y registra como respuesta el número 3.

- 7) En el dibujo están las carreteras que van de A. Obregón a Tiripetío, Morelia y Tarímbaro.

De A. Obregón a Tiripetío hay 24 kilómetros de distancia.



- a) ¿Cuántos kilómetros hay de Morelia a Tarímbaro?

3 km

Solución a la situación “Receta”

La noción de triple subyace en el segundo inciso de la situación de Receta, que, como se explicó anteriormente, se trata de completar una tabla considerando los valores que se dan en la primera columna. Para completar la tercera columna el estudiante puede considerar los valores de la segunda columna hallando el triple de cada uno de los datos aplicando una relación multiplicativa; o bien de forma aditiva sumando los datos de la primera y segunda columna.

DOCUMENTOS

Una constante en las respuestas registradas por los niños fue el de operar con los datos sin considerar las relaciones numéricas existentes en la información. Como es el caso de Eliseo estudiante de 6° grado, que al parecer visualiza una tabla de multiplicar y genera los múltiplos de los datos dados, sin establecer las relaciones correspondientes.

NUMERO DE PERSONAS		
4	2	6
2	4	12
12	6	18
6	8	24
2	10	30
100	12	36
200	14	42

Otra estrategia utilizada fue el de predominio de un dato, las respuestas ubicadas en esta categoría muestran que los estudiantes identifican una relación multiplicativa, sin embargo el factor de cambio que emplean, para obtener la respuesta proviene de enfocar la atención en algún dato contenido en el enunciado. Como es el caso de Omar, alumno de 5° grado, quien considera como factor de cambio el número cuatro, que lo multiplica por los datos contenidos en la segunda columna (figura 7).

NUMERO DE PERSONAS		
4	2	6
2	4	12
12	6	18
6	8	24
2	10	30
100	12	36
200	14	42

Solución a la situación “Mecanógrafas”

Se presenta un problema verbal, donde subyace una relación de comparación de razones equivalentes asociado a la noción de velocidad: “Luisa y Rosa están escribiendo en la máquina. Luisa escribe 9 letras en 3 segundos y Rosa escribe 12 letras en 4 segundos ¿Quién escribe más rápido?, ¿En qué te fijaste para saber quién escribe más rápido?”

Las respuestas registradas por los estudiantes evidencian el establecimiento de una relación de tipo “entre”, comparando cantidades de la misma especie, letras con letras y segundos con segundos:

A la pregunta ¿quién escribe más rápido?, Diego contesta “Luisa”. ¿En qué te fijaste?: “en que por un segundo escribe tres letras más”

La respuesta y el argumento permiten evidenciar que considera la información proporcionada, sin embargo realiza una comparación por diferencia:

$$12 - 9 = 3 \text{ y } 4 - 3 = 1.$$

Solución a la situación “Agua de tamarindo”

La tarea de agua de tamarindo plantea una relación de comparación de razones no equivalentes:

$$2/8 \text{ y } 1/6$$

La representación utilizada fue de tipo verbal “María prepara agua de tamarindo, a 2 litros de jarabe de tamarindo le agrega 8 litros de agua.

Juan también prepara agua de tamarindo, pero a 1 litro de jarabe de tamarindo le agrega 6 litros de agua”

¿Cuál agua sabe más a tamarindo?

¿En qué te fijaste para decidir qué agua tiene más sabor a tamarindo?

DOCUMENTOS

La mayoría de las respuestas manifiestan que los estudiantes relacionan cantidades de la misma especie, centran su atención en dos datos, que son de la misma especie, e ignoran el resto de la información.

A la pregunta, Liz, alumna de 6° grado, señala que “el agua de Juan”, argumentando “porque tiene menos agua”.

Liz se centra en el agua y establece una comparación por diferencia y utiliza un razonamiento de tipo inverso *a menos agua más sabor a tamarindo*.

Conclusiones

El análisis de las respuestas emitidas por los estudiantes permitieron identificar que la representación utilizada para la presentación del problema, fue una de las causas que dificultó la tarea, como se pudo observar en los casos de las tareas de “Rectángulo”, “Carretera” y “Receta”, las cuales tienen una estructura matemática semejante, donde subyace la misma relación (triple); sin embargo, se presentan en una representación geométrica, pictórica y numérica respectivamente. Esta diferencia dio lugar al empleo de estrategias de diferente tipo.

Cuando la situación utiliza una representación numérica, el estudiante manifiesta una dificultad menor, o bien ligados a otro tipo de dificultades, como puede ser el uso correcto de algoritmos.

No así en el caso de las situaciones con representación pictórica, la cual requiere varios procesos, como es la decodificación de la información, establecer las relaciones, identificar la constante de proporcionalidad o valor unitario y generalizarlo al resto de la información.

Por otro lado, en la representación de tipo geométrica la dificultad se centra nuevamente en la decodificación de la información y el establecimiento de las relaciones entre los datos.

Resulta importante mencionar que del total de las respuestas registradas por los estudiantes en estos tres problemas se tuvo un 50% de acierto en la representación de tipo numérica y un 25% y 10% en los problemas con representación geométrica y pictórica, respectivamente.

El uso de una representación verbal dio lugar a una interpretación equivocada producto de la no puesta en relación de todos los datos contenidos en el problema, ya sea explícita o implícitamente, presentándose un centramiento en parte de la información.

Duval¹⁷ señala la importancia de la conversión y tránsito de una representación a otra para la aprehensión de los conceptos, en los ejemplos presentados, al parecer se identifica la ausencia casi total de conversiones entre representaciones, que es otra fuente de dificultad en la solución de los problemas.

Es indudable que la recuperación de los conocimientos intuitivos relativos a la proporcionalidad, serán una base sólida donde descansa el proceso constructivo de la misma. Así mismo, colocar a los estudiantes en situaciones problemáticas que involucren las diferentes representaciones, en los diferentes contextos, será un factor importante para adquirir una competencia matemática. ▲

Bibliografía

- BERMEJO, V. *El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas*. Ed. Paídos Educador, España. 1990.
- CASTRO, E. & CASTRO E. Representaciones y Modelización. En Luis Rico (Ed), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: HORSORI. 1997.
- E. Representaciones y modelización. En L. Rico, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra & M. Socas Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE/Horsori. 1997.
- CASTRO, E.; RICO, L. y CASTRO, E. *Estructuras aritméticas elementales y su modelación*. Ed Trillas, México. 1995.
- CHAMORRO, M. y BELMONTE, J. *El problema de la medida*. Ed. Síntesis, España. 199.
- DUVAL, R. Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. 1996. Traducción de uso interno, realizada en el Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN (México), de “Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée” *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65, IREM de Strasbourg, 1993.
- FIGUERAS, O. y WALDEGG, G. “La medición en la escuela secundaria” en: *Cuadernos de investigación* 2. Programa Nacional de Formación y Actualización de Matemáticas, México. 1982.
- FIOL, M. y FORTUNY, J. *Proporcionalidad Directa. La forma y el número*. Ed. Síntesis, España. 1990.
- GARCÍA, R. *Representaciones en resolución de problemas. Un Estudio comparativo con estudiantes españoles y mexicanos*. Memoria de Tercer Ciclo, Universidad de Granada. 2000.

¹⁷ DUVAL, R., 1996.